Prof. Dr. Alfred Toth

Proto-, Deutero- und Trito-Zeichen

In seinem Aufsatz "Logik, Zeit, Emanation und Evolution" (1967) hatte Gotthard Günther die Unterscheidung von Proto-, Deutero- und Trito-Ebene innerhalb polykontexturaler Systeme eingeführt: "Die Proto-Struktur entwickelt sich aus der Forderung, die vertikalen Folgen der Kenogramme unter dem Gesichtspunkt aufzubauen, dass nur ein absolutes Minimum an Wiederholung in der Struktur auftritt – d.h., ein einziges Kenogramm darf wiederholt werden [...]. Wir stipulieren ferner, dass die Plazierung individueller Kenogramme in einer gegebenen vertikalen Folge willkürlich sein darf" (Günther 1980, S. 111).

"Die Deutero-Struktur ergibt sich aus der Voraussetzung, dass für individuelle Kenogramme maximale Wiederholbarkeit gestattet ist. Im übrigen bleibt die Plazierung der Symbole immer noch irrelevant" (Günther 1980, S. 111)

"Die Trito-Struktur unterscheidet sich von der Proto- und Deutero-Struktur dadurch, dass die Position eines Symbols in der vertikalen Sequenz relevant wird. Im übrigen ist auch hier das Maximum der Wiederholbarkeit für ein gegebenes Symbol erlaubt [...]. Durch die Relevanz der Position eines Symboles unterscheidet sich die Trito-Struktur ganz grundsätzlich von den beiden vorangehenden Strukturen" (Günther 1980, S. 112)

Werden Kenogrammstrukturen

strukturlogisch durch $n_{log} \in \{\circ, \square, \blacksquare, \blacklozenge, \ldots\}$ (Günther 1980, S. 112),
mathematisch durch $n_{math} \in \mathbf{N} \cup \{0\}$ (Kronthaler 1986) und
semiotisch durch $n_{sem} \in \{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbf{N} \cup \{0\}$ (Toth 2003)

belegt, und das heißt einfach durch ein beliebiges $n \in \mathbf{N} \cup \{0\}$, wobei zwei Einschränkungen zu machen sind:

1. $|n_{log}| = |n_{math}| = |n_{sem}|$

2. Es gelten die Schadach-Abbildungen (Schadach 1967, S. 2 ff.):

   2.1. Für Proto-Strukturen: $\mu 1 \sim_P \mu 2 \Leftrightarrow \text{card}(A/\text{Kern } \mu 1) = \text{card}(A/\text{Kern } \mu 2)$, wobei $\text{card}(A/\text{Kern } \mu)$ die Kardinalität der Quotientenmenge $A/\text{Kern } \mu$ von A relativ zum Kern von μ ist;

   2.2. Für Deutero-Strukturen: $\mu 1 \sim_D \mu 2 \Leftrightarrow A/\text{Kern } \mu 1 \cong A/\text{Kern } \mu 2$, wobei der Isomorphismus zwischen $A/\text{Kern } \mu 1$ und $A/\text{Kern } \mu 2$ definiert ist durch: $A/\text{Kern } \mu 1 \cong A/\text{Kern } \mu 2 \Leftrightarrow$ Es gibt eine Bijektion φ: $A/\text{Kern } \mu 1 \rightarrow A/\text{Kern } \mu 2$, so daß $\text{card } \varphi([a_i]_{\text{Kern } \mu 1}) = \text{card } [a_i]_{\text{Kern } \mu 1}$ für alle $a_i \in A$. $[a_i]_{\text{Kern } \mu}$ ist die Äquivalenzklasse von a_i relativ zum Kern von μ; $[a_i]_{\text{Kern } \mu} = \{a \in A \mid (a_i, a) \in \text{Kern } \mu\}$;

2.3. Für Trito-Strukturen: $KZR_T := \mu_1 \sim_T \mu_2 \Leftrightarrow A/Kern\ \mu_1 = A/Kern\ \mu_2$. Das bedeutet: $[a_i]_{Kern\ \mu_1} = [a_i]_{Kern\ \mu_2}$ für alle $a_i \in A$;

dann wird klar, daß etwa einer 4-wertigen polykontexturalen Logik eine 4-wertige polykontexturale Mathematik und eine quaternär-tetradische, also eine minimale polykontexturale Semiotik (vgl. Toth 2003, S. 23 ff.) korrespondieren. Da die Unterscheidung von Proto-, Deutero- und Trito-Ebene ein universelles Merkmal polykontexturaler System zu sein scheint, lohnt es sich, die klassische theoretische Semiotik, welche ja eine Mittelstellung zwischen strikt monokontexturalen (vgl. Toth 2004) und polykontexturalen Systemen (Maser 1973, S. 29 ff.) einnimmt, auf diese drei repräsentationalen Strukturen hin zu untersuchen.

In der klassischen Semiotik ist die Bildung von Zeichenklassen aus den drei Primzeichen (.1., .2., .3.) bzw. aus den 9 Subzeichen (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3) durch zwei Prinzipien beschränkt:

1. **Das Prinzip der Inklusionsbeschränkung**: Zeichenklasse müssen nach dem semiotischen Inklusionsschema (3.a, 2.b, 3.c mit a, b, c $\in$ {.1., .2., .3.} und a $\leq$ b $\leq$ c gebildet sein. Damit werden also etwa Zeichenklassen der Form *3.2 2.1 1.3, *3.3 2.2 1.1 oder *3.3 2.1 1.1 ausgeschlossen, weil der trichotomische Stellenwert eines Subzeichen der Position (n+1) nicht kleiner als derjenige des Subzeichens der Position n sein darf.

2. **Das Prinzip der Triadizitätsbeschränkung**: Bei Zeichenklassen sind die triadischen Glieder der Folge mit den konstanten triadischen Primzeichen 3 > 2 > 1 in dieser Reihenfolge zu besetzen (für die trichotomischen Glieder gilt das Prinzip der Inklusionsbeschränkung). Die Reihenfolge 3 > 2 > 1 entspricht der „thetischen Einführung des Zeichens" bzw. der Peirceschen „Pragmatischen Maxime" (Bense 1979, S. 18), ist jedoch oft durchbrochen, so etwa bei beim semiotischen Kreationsschema (3 > 1 > 2), dem semiotischen Kommunikationsschema (2 > 1 > 3) und dem „generativen Graphen" (1 > 2 > 3) (Bense 1971, S. 33 ff.), so dass also die Folge (3 > 2 > 1) lediglich den degenerativen Sodnerfall darstellt.

Geht man nun von den bekannten 10 Zeichenklassen aus:

3.1 2.1 1.1	3.1 2.3 1.3
3.1 2.1 1.2	3.2 2.2 1.2
3.1 2.1 1.3	3.2 2.2 1.3
3.1 2.2 1.2	3.2 2.3 1.3
3.1 2.2 1.3	3.3 2.3 1.3

und hebt man das Prinzip der Inklusifonsbeschränkung auf, so erhält man die folgenden 27 Zeichenklassen:

3.1 2.1 1.1	3.2 2.1 1.1	3.3 2.1 1.1
3.1 2.1 1.2	3.2 2.1 1.2	3.3 2.1 1.2
3.1 2.1 1.3	3.2 2.1 1.3	3.3 2.1 1.3

3.1 2.2 1.1	3.2 2.2 1.1	3.3 2.2 1.1
3.1 2.2 1.2	3.2 2.2 1.2	3.3 2.2 1.2
3.1 2.2 1.3	3.2 2.2 1.3	3.3 2.2 1.3

3.1 2.3 1.1	3.2 2.3 1.1	3.3 2.3 1.1
3.1 2.3 1.2	3.2 2.3 1.2	3.3 2.3 1.2
3.1 2.3 1.3	3.2 2.3 1.3	3.3 2.3 1.3

Hebt man zusätzlich das Prinzip der Triadizitätsbeschränkung auf, so erhält man die folgenden 81 Zeichenklassen:

1.1 1.1 1.1	1.2 1.1 1.1	1.3 1.1 1.1
1.1 1.1 1.2	1.2 1.1 1.2	1.3 1.1 1.2
1.1 1.1 1.3	1.2 1.1 1.3	1.3 1.1 1.3

1.1 1.2 1.1	1.2 1.2 1.1	1.3 1.2 1.1
1.1 1.2 1.2	1.2 1.2 1.2	1.3 1.2 1.2
1.1 1.2 1.3	1.2 1.2 1.3	1.3 1.2 1.3

1.1 1.3 1.1	1.2 1.3 1.1	1.3 1.3 1.1
1.1 1.3 1.2	1.2 1.3 1.2	1.3 1.3 1.2
1.1 1.3 1.3	1.2 1.3 1.3	1.3 1.3 1.3

2.1 1.1 1.1	2.2 1.1 1.1	2.3 1.1 1.1
2.1 1.1 1.2	2.2 1.1 1.2	2.3 1.1 1.2
2.1 1.1 1.3	2.2 1.1 1.3	2.3 1.1 1.3

2.1 1.2 1.1	2.2 1.2 1.1	2.3 1.2 1.1
2.1 1.2 1.2	2.2 1.2 1.2	2.3 1.2 1.2
3.1 1.2 1.3	2.2 1.2 1.3	2.3 1.2 1.3

2.1 1.3 1.1	2.2 1.3 1.1	2.3 1.3 1.1
2.1 1.3 1.2	2.2 1.3 1.2	2.3 1.3 1.2
2.1 1.3 1.3	2.2 1.3 1.3	2.3 1.3 1.3

3.1 1.1 1.1	3.2 1.1 1.1	3.3 1.1 1.1
3.1 1.1 1.2	3.2 1.1 1.2	3.3 1.1 1.2
3.1 1.1 1.3	3.2 1.1 1.3	3.3 1.1 1.3

3.1 1.2 1.1	3.2 1.2 1.1	3.3 1.2 1.1
3.1 1.2 1.2	3.2 1.2 1.2	3.3 1.2 1.2
3.1 1.2 1.3	3.2 1.2 1.3	3.3 1.2 1.3

3.1 1.3 1.1	3.2 1.3 1.1	3.3 1.3 1.1
3.1 1.3 1.2	3.2 1.3 1.2	3.3 1.3 1.2
3.1 1.3 1.3	3.2 1.3 1.3	3.3 1.3 1.3

Schreiben wir für das System der 10 Zeichenklassen ZKL(10), für dasjenige der 27 Zeichenklassen ZKL(27) und für das System der 81 Zeichenklassen ZKL(81), gilt also:

$$ZKL(81) \subset ZKL(27) \subset ZKL(10),$$

genauso wie die quaternär-tetradische Proto-Semiotik in der entsprechenden Deutero- und diese in der entsprechenden Trito-Semiotik eingeschlossen ist (Toth 2003, S. 27):

$$KZR_P^{\,i} \not\subset KZR_D^{\,i} \not\subset KZR_T^{\,i} \ (i \in \mathbf{N}).$$

Da in den obigen drei Schemata mit 10, 27 und 81 Zeichenklassen die drei Zeichen 1, 2, 3 verwendet werden, haben wir es auch von hier aus mit einer quaternär-tetradischen Semiotik zu tun. Durch die Aufhebung der Inklusions- und der Triadizitätsbeschränkung wird in einer polykontxturalen Semiotik allerdings die Relevanz der Position nicht aufgehoben. Diese ist es daher vermutlich, welche eine Folge von Ordinalzahlen erst zum Zeichen macht. Nachdem die Aufhebung der Positionsbeschränkung aber das Haupt-Charakteristikum für Trito-Zahlen ist, folgt, dass eine polykontexturale Semiotik neben der Stufe der Peano-Zahlen höchstens die weiteren Stufen der Proto- und der Deutero-Zahlen erreichen kann. Da Zkl(10) den Peano-Zahlen korrespondiert (Toth 2001), müssen die mit dem Wachstum von Proto- zu Deutero-Zahlen korrespondierenden Systeme ZKL(27) den Proto-Zahlen und ZKL(81) den Deutero-Zahlen korrespondieren. Wir dürfen daher in einem eingeschränkten Sinne – und zwar deshalb, weil es auf der Basis des Peirce-Bense-Systems keine "Trito-Zeichen" gibt – ZKL(10) als "Peano-Zeichen", ZKL(27) als "Proto-Zeichen" und ZKL(81) als "Deutero-Zeichen" bezeichnen. Durch die Aufhebung der semiotischen Inklusions- und Triadizitätsbeschränkung können also schon ausgehend von ZKL(10) polykontexturale Zeichenklassen konstruiert werden – allerdings um den Preis der polykontexturalen Unvollständigkeit. Möchte man auch Trito-Zeichen konstruieren, muss man den in Toth (2003) gezeigten Wegen folgen, freilich unter Preisgabe von ZKL(10) als Ausgangsbasis und damit der gesamten Peirce-Bense-Semiotik.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3. Bd. Hamburg 1980

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Maser, Siegfried, Grundlagen der allgemeinen Kommunikationstheorie. 2. Aufl. Stuttgart 1973

Schadach, Dieter, A classification of mappings between finite sets and some applications. BCL-Report No. 2.2, February 1, 1967

Toth, Alfred, Semiotischer Beweis der Monokontexturalität der Semiotik. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 42/1, 2001, S. 16-19

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Ist die Semiotik idiographisch oder nomothetisch? In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 45/1, 2004, S. 1-9

Toth, Alfred, Protozahlen und Primzeichen. 2008 (= Kap. 9)